

**STUDIO DELLA CURVA DI ROTAZIONE
DEL PIANETA SATURNO
DETERMINAZIONE DI VELOCITA' DI
ROTAZIONE, RAGGIO E MASSA
VERIFICA DELLA PRESENZA DI
ATMOSFERA IN SATURNO E TITANO**

Autori: Agostini Cecilia, Peraro Luca, Zanchetta Erika

Tutor: prof. Zudori Annamaria, prof. Ferracin Emmanuela

Liceo A. Cornaro – Padova

17-20 Febbraio 2005

Lavoro eseguito nell'ambito "*Il Cielo come Laboratorio*" del Dipartimento di Astronomia dell'Università di Padova

Scopo

Lo scopo della nostra esperienza era la misurazione della velocità di rotazione del pianeta Saturno attraverso lo studio dello spostamento Doppler della riga $H\alpha$ dell'idrogeno sullo spettro di Saturno.

Raccolta dati sperimentali

Per ottenere le nostre osservazioni spettroscopiche abbiamo utilizzato il telescopio da 122 centimetri dell'Osservatorio di Asiago – Pennar, dotato dello spettrografo Boller & Chievens al fuoco Cassegrain. E' stato utilizzato il reticolo da 600 tratti per millimetro. Il rivelatore è un CCD di 512x512 pixel raffreddato da una cella Peltier. Le dimensioni dei pixel sono di 27 micron.

1. Per ottenere lo spettro di Saturno abbiamo sommato 9 esposizioni da 5 sec.

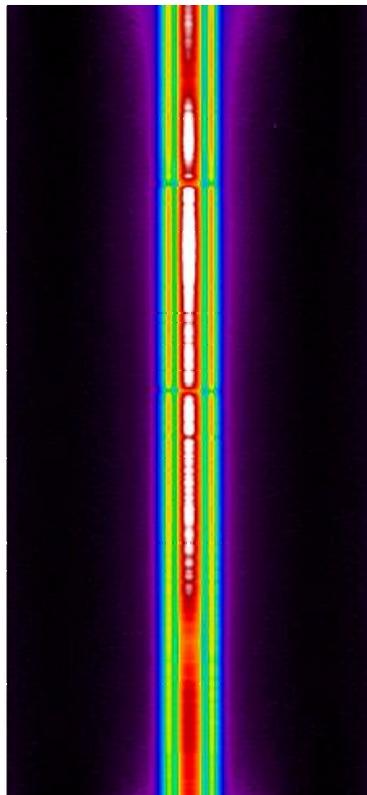
Le coordinate di Saturno al momento dell'osservazione:

$$\alpha = 07^{\text{h}}30^{\text{m}}43^{\text{s}}$$

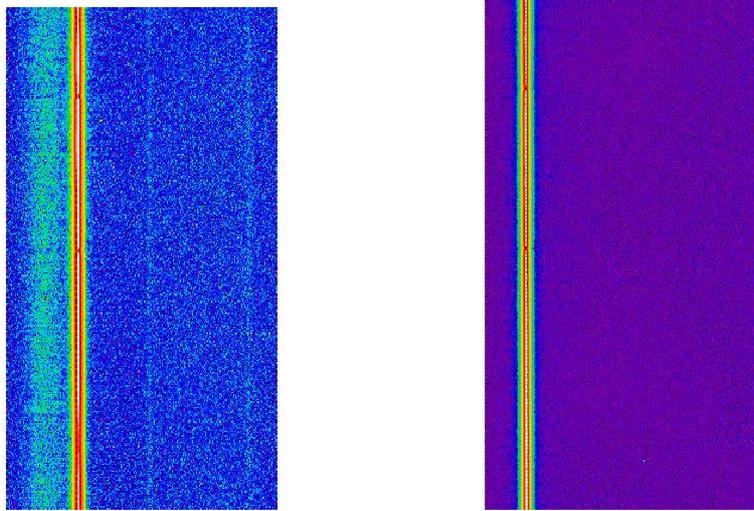
$$\delta = 21^{\circ}52'40''$$

Slit (larghezza fenditura): 350 μm

Tilt (inclinazione reticolo): 12 $^{\circ}$



2. Abbiamo preso anche gli spettri di Titano (sinistra) e di una stella simile al Sole, 56 AUR (destra):



3. Tali pose sono precedute e seguite dall'acquisizione delle immagini ausiliarie standard (bias e flat field) oltre che dalla acquisizione dello spettro di confronto, ottenuto grazie alla lampada Ferro-Argon.

Calibrazione delle immagini

Per immagini di calibrazione si intendono quelle necessarie a rimuovere le imperfezioni e gli artefatti caratteristici del sensore CCD e dell'ottica con cui viene realizzata la ripresa: frame di *offset (bias)*, frame *di buio (dark)* e frame *di flat-field*.

I frames così detti master o principali sono quelli che si ottengono alla fine di una procedura di sintesi e che vengono utilizzati per correggere (calibrare), in sede di pre-elaborazione, le immagini via via acquisite.

Bias frame = immagine di offset

1. Corrisponde ad una posa di durata nulla (ad otturatore chiuso), e quindi al rumore di fondo cioè al livello di base dei pixel senza integrazione di luce.
2. In genere il livello medio dell'immagine di offset corrisponde a 1/8 - 1/16 del range dinamico del CCD
3. Viene tolto per ottenere una caratteristica proporzionale $I = k \cdot t$ (I = livello in ADU del pixel; k = costante che dipende dall'illuminazione locale; t = tempo) della risposta dei pixel e

per migliorare la resa delle successive applicazioni delle immagini di calibrazione. Si ottiene con la seguente [procedura](#):

1. acquisizione di una sequenza di frames (5) ripresi ad otturatore chiuso e con posa di 0 sec;
2. [estrazione dell'immagine mediana](#) dalla sequenza.

Dark frame = immagine di buio

1. Corrisponde ad una posa di durata definita ripresa ad otturatore chiuso e per questo detta di buio.
2. Rappresenta la risposta di ogni singolo pixel del CCD al rumore dovuto all'agitazione termica degli atomi del reticolo cristallino ed è caratteristica di ciascun sensore. Dipende dalla temperatura del CCD in quanto, essendo dovuta alla corrente di buio, gli elettroni che vengono emessi sono direttamente proporzionali alla temperatura.

Si ottiene con la seguente [procedura](#):

1. acquisizione di una sequenza di immagini con la medesima posa riprese ad otturatore chiuso;
2. sottrazione del master-bias da ognuna di esse;
3. [estrazione dell'immagine mediana](#) dalla sequenza risultante.

Flat-field frame = immagine di spianamento

1. Corrisponde all'immagine di un campo di ripresa illuminato uniformemente: noi abbiamo utilizzato lo spettro continuo della luce diffusa nella cupola dell'osservatorio. Tale immagine servirà per correggere le immagini dalle vignettature introdotte dal cammino ottico della luce, e dalle tracce dovute allo sporco presente sulle varie superfici ottiche degli specchi e delle lenti nonché sulla finestra ottica del CCD (cerchi, punti neri, frange).
2. E' inoltre necessaria per vedere la diversa risposta dei pixel alle varie lunghezze d'onda.

Si ottiene con la seguente [procedura](#):

1. Si riprende una sequenza di immagini (4). Bisogna fare attenzione a non raggiungere la saturazione in alcun punto dell'immagine;
2. si sottrae ad ogni immagine il master bias;
3. si sottrae ad ogni immagine il master dark;
4. si normalizzano (moltiplicazione per un fattore di normalizzazione) tutti i frames della sequenza in modo che risultino coincidenti i livelli dello sfondo (background) sulla base di un valore prefissato.
5. si estrae il mediano dalla sequenza di frames così ottenuta - questo rappresenta il master flat-field

Procedimento: riduzione dati

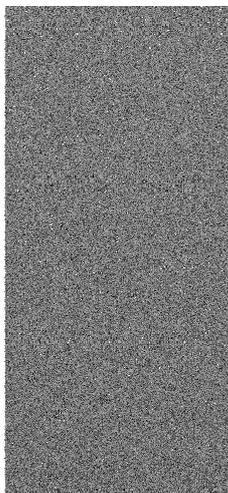
La riduzione degli spettri è stata eseguita utilizzando il software IRAF.

Operazioni eseguite:

1. Calibrazione delle immagini di Saturno, Titano e 56 AUR per bias e flat field.

Prese cinque immagini di bias, è stata eseguita la media aritmetica e calcolato quindi il bias medio da sottrarre allo spettro iniziale dell' oggetto.

Esempio di immagine di bias:

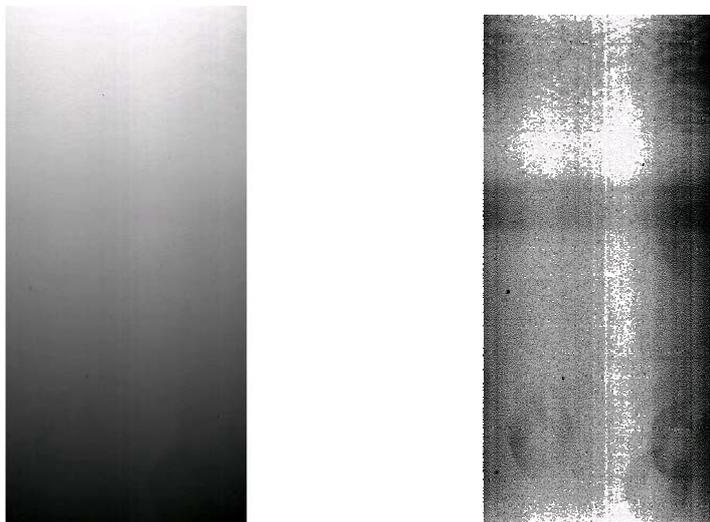


Calcolato un flat medio dei 4 flat iniziali è stato possibile riprodurre l' andamento generale con una funzione matematica. Diviso il flat medio per questa funzione si è ottenuto un flat medio normalizzato a 1 che riproduce la diversa risposta dei pixel indipendentemente dalla lunghezza d' onda (λ) della luce incidente. Attraverso questo flat medio normalizzato sono state eliminate le irregolarità dovute al CCD (cerchi: granelli di polvere; punti neri: punti in cui i pixel non ricevono fotoni; frange:fenomeni di interferenza).

Lo spettro sarà quindi corretto con la formula:

$$\frac{\text{Obj} - \langle \text{Bias} \rangle}{\langle \text{Flat} \rangle_n}$$

Esempio di immagine di flat (sinistra) e di flat normalizzato (destra):



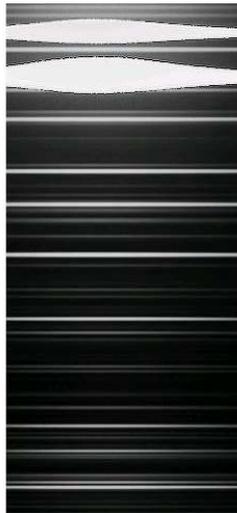
Calcolata la airmass, attraverso UT, ST, RA, DEC, e posizione dell'osservatorio è stata normalizzata l'immagine togliendo l' influenza dell'atmosfera terrestre.

Per quanto riguarda la correzione dei raggi cosmici (raggi che scaldano i pixel in zone casuali, il cui effetto si elimina facendo una serie di pose e una posa media), non è stato necessario toglierne il contributo perché nel nostro caso non colpivano la fenditura.

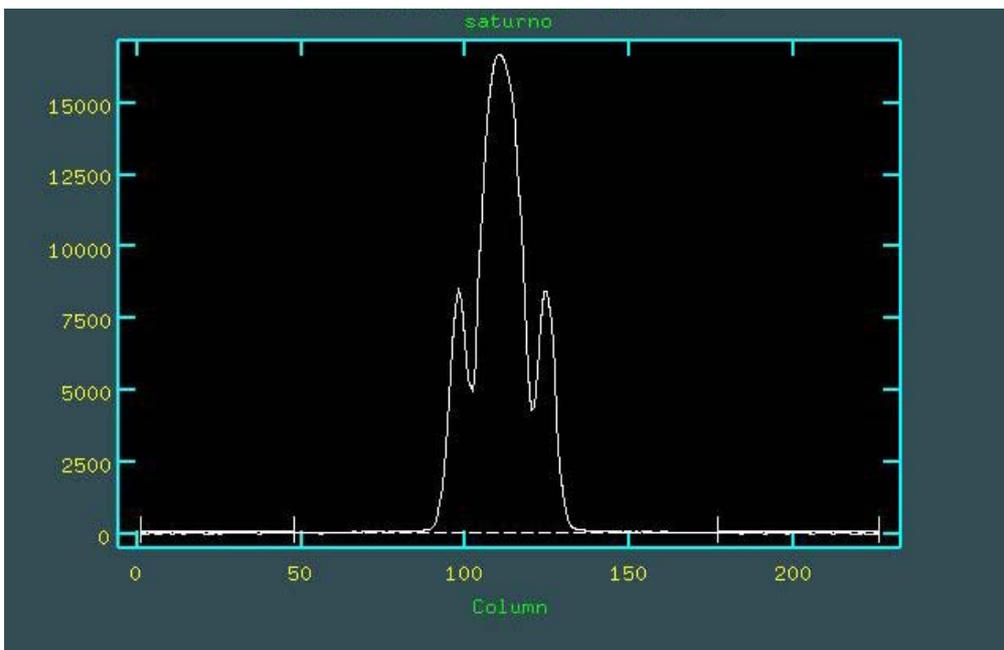
2. Calibrazione dello spettro in lunghezze d'onda per mezzo dello spettro di confronto.

Facendo riferimento allo spettro della lampada FeAr , si è associato ad ogni pixel una λ poiché ogni riga di emissione è caratteristica di una particolare lunghezza d' onda.

Spettro della lampada FeAr:



3. Calibrazione dello spettro eliminando il contributo della luce del cielo.



4. Per sommare le varie esposizioni e avere quindi un'immagine di intensità maggiore abbiamo dovuto far coincidere i picchi centrali agli stessi pixel per ogni immagine, poiché nelle pose effettuate Saturno si spostava leggermente lungo la fenditura.

Calcolo della velocità di rotazione:

Misurata la lunghezza d'onda della riga H α , ottenuta esaminandone il profilo (il picco) alle varie

distanze dal centro, è stata calcolata la velocità attraverso la formula : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$

dove :

- λ è la λ di riferimento misurata nel centro del pianeta;
- $\Delta\lambda$ è lo spostamento della riga H α rispetto a λ di riferimento;
- c è la velocità della luce 300000 Km/s

L'effetto Doppler, che si manifesta come variazione di lunghezza d'onda della luce emessa da un corpo celeste in movimento relativo, permette di calcolare la velocità di rotazione del pianeta conoscendo lo spostamento della riga H α rispetto a λ di riferimento.

Inoltre, la velocità tangenziale da noi calcolata attraverso questa formula, non è la velocità reale di Saturno ma la proiezione della velocità di rotazione lungo la linea di vista. La velocità radiale osservata è legata alla velocità di rotazione effettiva dalla relazione:

$v_{oss} = v_{reale} \sin(i)$ dove i è l'angolo tra la normale alla linea di vista e il piano equatoriale di Saturno.

Per calcolare i è stato necessario conoscere i seguenti dati:

- ✓ asse maggiore di Saturno: 45'' (anelli compresi)
- ✓ asse minore: 18''

L'angolo i risulta pari a: $\arccos(18''/45'') = 66^\circ$.

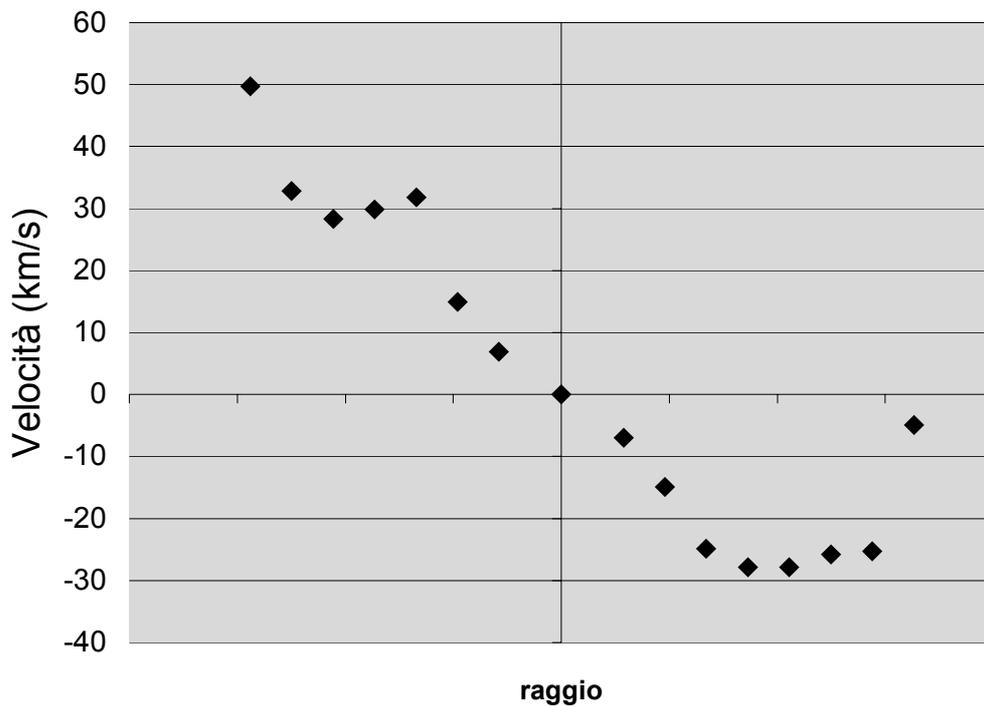
VELOCITA'

$$v_{reale} = \frac{v_{oss}}{\sin(i)} = (13.71 \text{ km/s}) / (\sin 66^\circ) = 14.9 \text{ km/s}$$

DATI RILEVATI PER IL CALCOLO DELLA VELOCITA'

Px (113 = 0)	θ (arcsec)	$V(66^\circ, \text{ km/s}) = (Dl/l)*c$	$V(0^\circ, \text{ km/s}) = v/\sin(66^\circ)$
-22,5	-28,8	45,70787791	49,68247598
-19,5	-24,96	30,16719942	32,79043415
-16,5	-21,12	26,05349041	28,31901131
-13,5	-17,28	27,42472674	29,80948559
-10,5	-13,44	29,25304186	31,79678463
-7,5	-9,6	13,71236337	14,9047428
-4,5	-5,76	6,399102907	6,955546638
0	0	0	0
4,5	5,76	-6,399102907	-6,955546638
7,5	9,6	-13,71236337	-14,9047428
10,5	13,44	-22,85393895	-24,84123799
13,5	17,28	-25,59641163	-27,82218655
16,5	21,12	-25,59641163	-27,82218655
19,5	24,96	-23,76809651	-25,83488751
22,5	28,8	-23,31101773	-25,33806275
25,5	32,64	-4,570787791	-4,968247598

Curva di rotazione:



Come si può notare dal grafico, essendo Saturno un corpo solido, la velocità tangenziale aumenta in proporzione al raggio, la velocità angolare rimane costante (otteniamo una retta). Infatti: $v = \omega r$.

Per quanto riguarda gli anelli, essendo formati da una aggregazione di tanti piccoli frammenti, non c'è una dipendenza lineare tra v tangenziale e r ma ogni frammento si muove liberamente secondo la terza legge di Keplero

CALCOLO DEL RAGGIO:

Per calcolare l'angolo di cielo compreso tra il centro e la superficie esterna del pianeta ci siamo serviti del fatto che ogni pixel vede un angolo di cielo pari a $1.28''$ e che il raggio del pianeta corrisponde a 7.7 pixel.

L'angolo θ sarà quindi pari a:

$$\theta = 1.28'' * 7.7 = 9.6''$$

Conoscendo quindi θ è stato possibile calcolare il raggio con la formula:

$$r = l * \text{tg}\theta$$

dove: l è la distanza tra la Terra e Saturno.

Dati utilizzati:

$$l = 1.25 * 10^{12} \text{ m};$$

$$\theta = 9.6'' = 4.6542 * 10^{-5} \text{ rad sapendo che } 1 \text{ rad} = 206265''$$

Essendo θ un angolo molto piccolo, la sua tangente è circa uguale all'angolo stesso. Quindi:

$$r = \theta * l = 4.654 * 10^{-5} \text{ rad} * 1.25 * 10^{12} \text{ m} = 58177.5 \text{ km}$$

Tabella dati

θ (rad)	$r(\text{km}) = l \cdot \theta$
-0,000139626	-174532,9252
-0,000121009	-151261,8685
-0,000102393	-127990,8118
-0,000083776	-104719,7551
-0,000065159	-81448,69843
-0,000046542	-58177,64173
-0,000027925	-34906,58504
0,000000000	0
0,000027925	34906,58504
0,000046542	58177,64173
0,000065159	81448,69843
0,000083776	104719,7551
0,000102393	127990,8118
0,000121009	151261,8685
0,000139626	174532,9252
0,000158243	197803,9819

MISURA DELLA MASSA:

L'ultimo passo è quello che consiste nel ricavare la massa di Saturno.

Consideriamo un piccolo corpo di massa m situato circa a metà della distanza tra Saturno e gli anelli, per cui l'attrito sia trascurabile. Se tale corpo si trova in equilibrio dinamico la forza di attrazione gravitazionale, che si esercita tra Saturno e il corpo, è uguale alla forza centrifuga:

$$GmM/r^2 = mv^2/r$$

Dove : M è la massa di Saturno;

m è la massa del corpo generico;

v è la velocità del corpo generico;

G è la costante di gravitazione universale.

L'unica incognita è la massa M di Saturno, espressa dalla relazione:

$$M = v^2 r / G$$

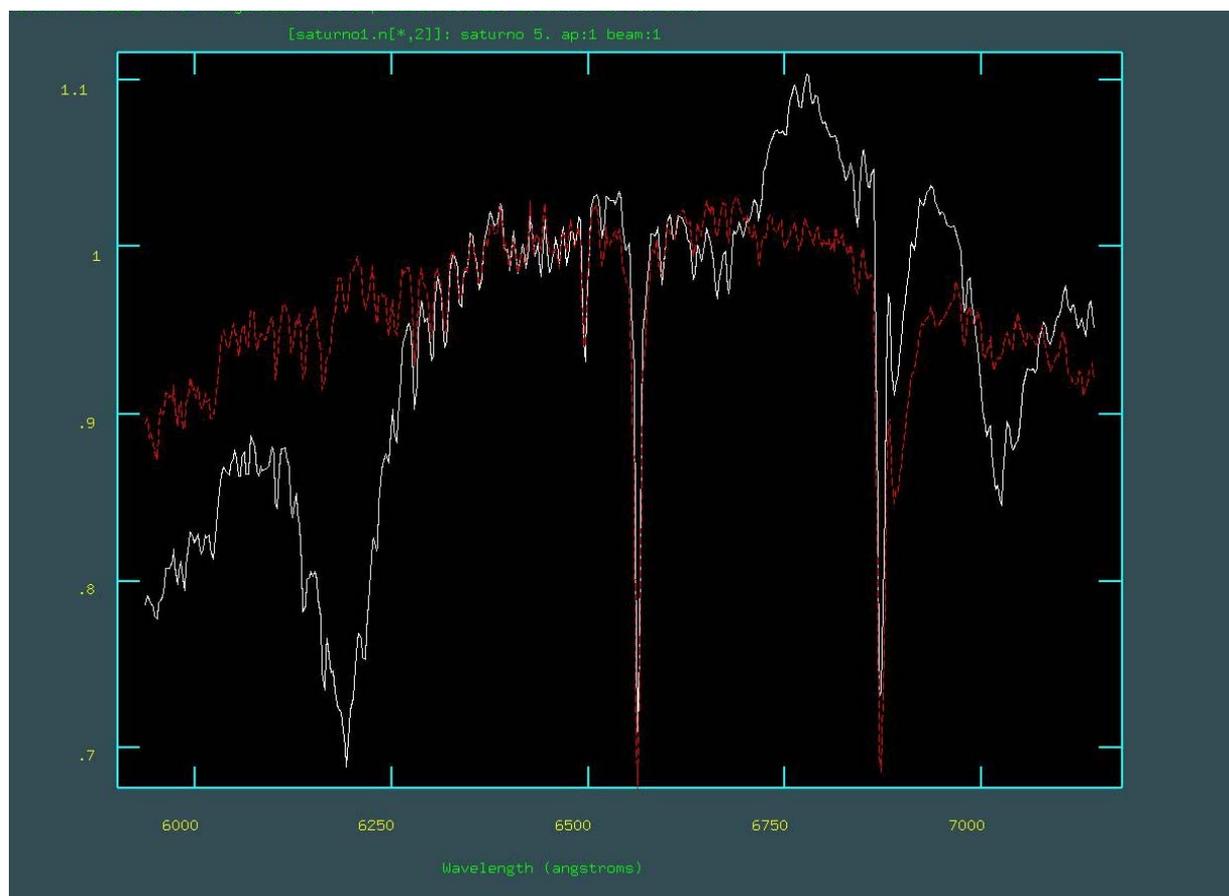
La massa corrispondente sarà quindi:

$$M = (24.84 \cdot 10^3 \text{ m/s})^2 \cdot 81448.7 \cdot 10^3 \text{ m} / 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 = 7.5 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

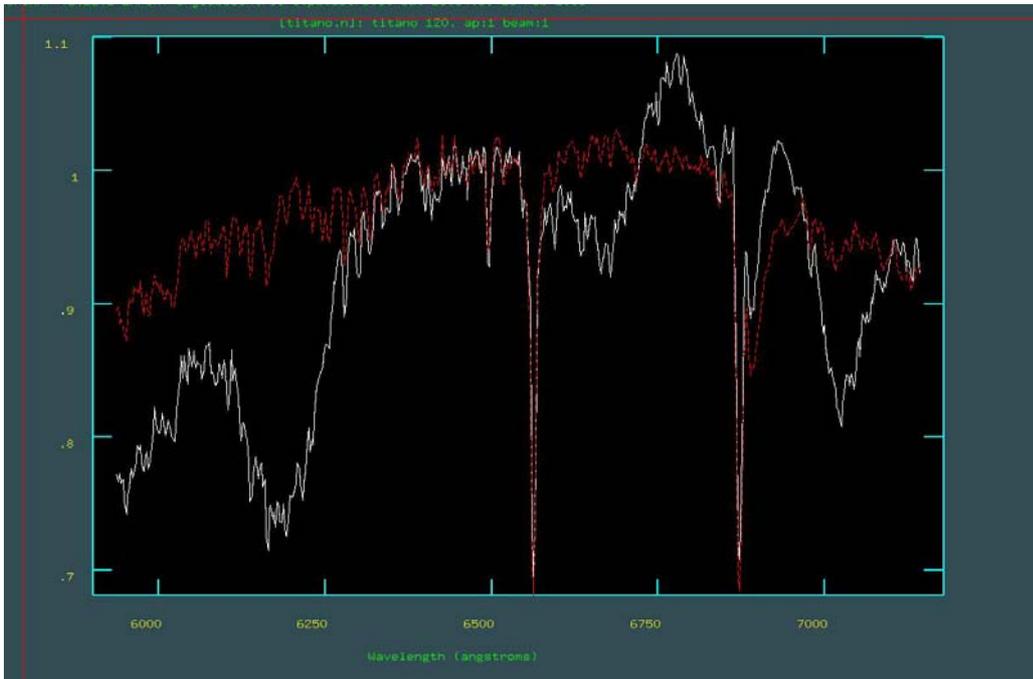
VERIFICA PRESENZA ATMOSFERA IN SATURNO E TITANO

Confrontando lo spettro di Saturno e quello di Titano con lo spettro di una stella simile al Sole (56 AUR) abbiamo notato che vi sono zone corrispondenti, che indicano la luce solare riflessa da Saturno (o Titano), e zone di deviazione che indicano l' effetto di assorbimento della luce solare dall' atmosfera di Saturno (o Titano), dovuti alla presenza di molecole di metano e ammoniaca, come indicano i grafici riprodotti:

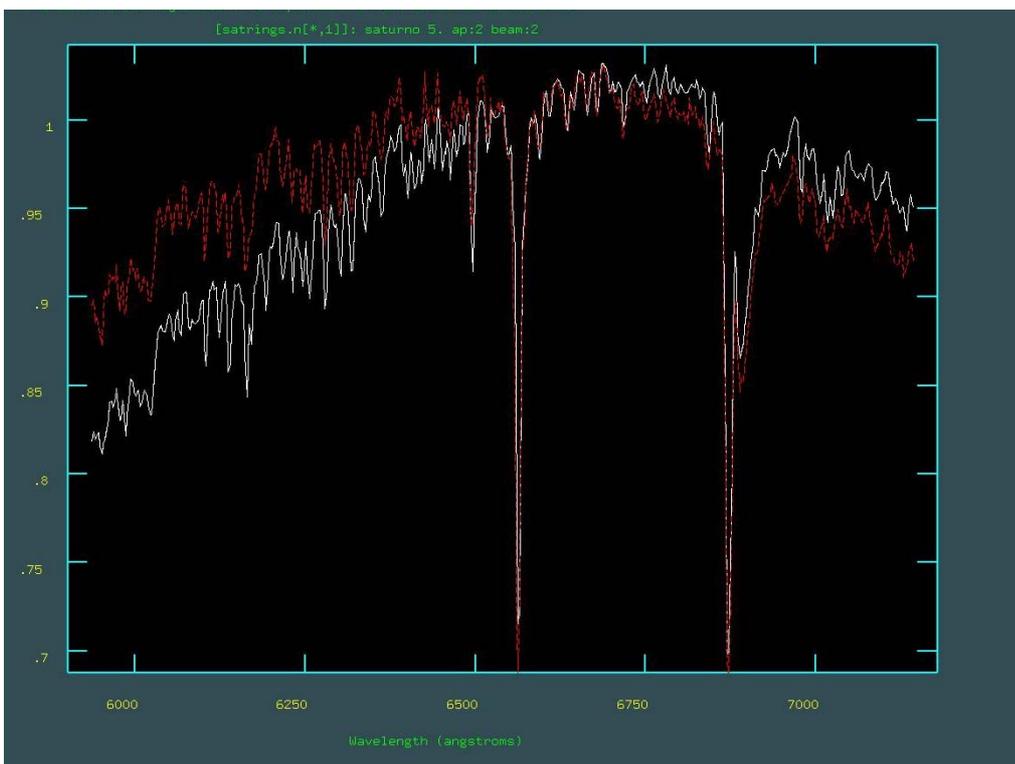
Confronto tra lo spettro di Saturno e lo spettro di 56 AUR:



Confronto tra lo spettro di Titano e di 56 AUR:



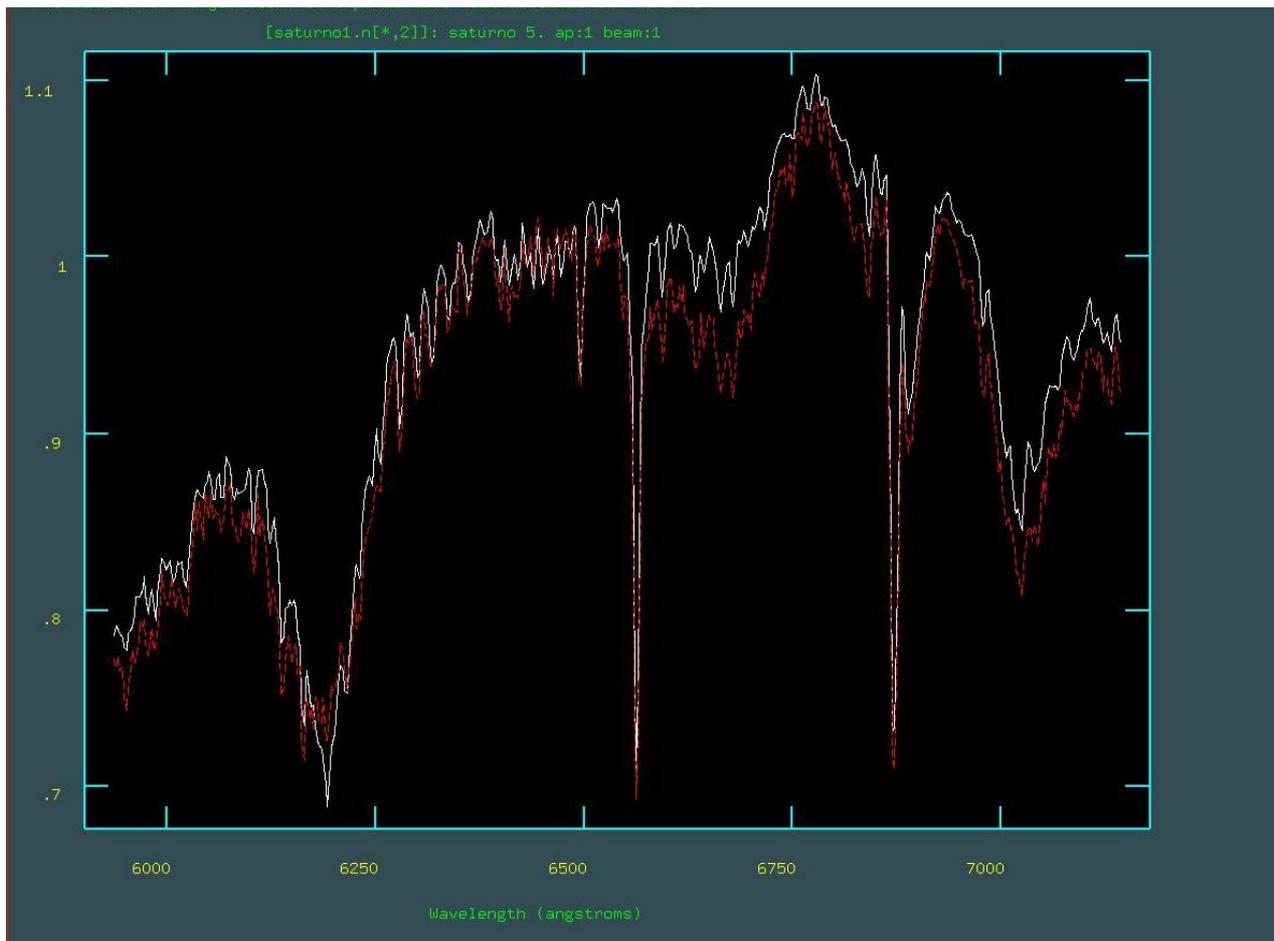
Confronto tra lo spettro degli anelli di Saturno e lo spettro di 56 AUR:



Osserviamo inoltre che (nell'intervallo di lunghezze d'onda dei nostri spettri) l'atmosfera di Saturno è quasi uguale all'atmosfera di Titano.

Per quanto riguarda gli anelli, non notiamo assorbimenti dovuti a gas molecolari, ma solo luce solare riflessa.

Confronto tra lo spettro di Saturno e lo spettro di Titano:



ANELLI DI SATURNO - Approfondimenti

Osservazioni relative al grafico

Dal grafico è possibile notare che la curva di rotazione relativa a Saturno è una retta ($v=\omega r$), poiché, essendo questo un corpo solido, vi è una dipendenza lineare tra velocità tangenziale (V) e distanza dal centro (r). Se gli anelli fossero un unico corpo solido la loro curva di rotazione sarebbe una retta che prolunga quella relativa al pianeta; dunque all'aumentare della distanza dal centro del pianeta la velocità tangenziale sarebbe sempre maggiore. Dal grafico emerge invece che la velocità della parte esterna è minore di quella della parte interna, proprio perché gli anelli sono costituiti da frammenti che ruotano indipendentemente gli uni dagli altri secondo la terza legge di Keplero. Da questa si ricava infatti che la velocità tangenziale è inversamente proporzionale alla radice della distanza dal centro del pianeta; la curva di rotazione degli anelli ha dunque equazione: $XY^2 = \text{cost}$.

Un importante contributo per la conoscenza della costituzione meteoritica degli anelli fu dato dal matematico **Roche**, nel 1850. Roche non era particolarmente interessato agli anelli di Saturno, bensì alla stabilità dell'orbita dei satelliti. Egli dimostrò che se si traccia attorno ad un pianeta una circonferenza di raggio pari a 2,44 volte il raggio planetario, allora all'interno di tale confine non può esistere alcun satellite in quanto questo verrebbe disgregato dalla diversa attrazione gravitazionale del pianeta sulle sue diverse parti (FORZA MAREALE= forza che compare quando si considerano corpi estesi soggetti alla reciproca attrazione gravitazionale). Il valore limite di 2,44 raggi planetari fu detto limite di Roche e per Saturno cade proprio al di fuori dell'anello più esterno (l'anello più esterno si trova a una distanza dal pianeta pari a 2.28 volte il raggio planetario).

Nel 1959 **Maxwell** dimostrò matematicamente che un anello rigido non poteva rimanere stabilmente in orbita e che il sistema consisteva in una serie di corpuscoli in orbita Kepleriana (cioè dipendente dall'inverso del quadrato della distanza). Ciascun frammento avrebbe seguito la sua orbita intorno al pianeta secondo la terza legge di Keplero: i frammenti più vicini a velocità maggiore rispetto a quelli più lontani.

Nel 1895 **James E. Keeler** all'osservatorio Allegheny di Pittsburgh in Pennsylvania, misurò spettroscopicamente le velocità di rotazione delle varie posizioni degli anelli utilizzando l'effetto Doppler (attraverso tale principio il movimento di un corpo immaginario sulla linea di vista può essere determinata misurando lo spostamento di una linea nello spettro) e verificò quello che era stato predetto matematicamente da Maxwell. La velocità di rotazione variava da 20 Km/s per la parte interna dell'anello B, fino a 16 Km/s per gli strati esterni dell'anello A.

Composizione struttura e origine degli anelli

Gli anelli sono composti da particelle di roccia e ghiaccio di dimensioni variabili che giacciono sul piano equatoriale di Saturno. Questi pur essendo larghi in alcuni casi fino a 250000 km, sono straordinariamente sottili: pare non siano più spessi di 250 metri. Le sonde Voyager 1 e 2, che hanno raggiunto Saturno nel 1980, Hanno evidenziato la struttura degli anelli del pianeta: se da terra si distinguevano principalmente tre anelli (denominati con le lettere A, B e C), con l'osservazione ravvicinata delle sonde si è visto che in realtà la divisione è molto più complessa, essendo ogni anello principale costituito da tantissimi anelli concentrici; questa particolare struttura è stata definita "a microscolco", come la struttura di un disco.

Per quanto riguarda l'origine degli anelli si è pensato che questi possano essere il residuo del materiale da cui è condensato il pianeta durante le fasi primordiali di formazione del Sistema Solare. Un'altra ipotesi è che si siano formati più tardi in seguito alla frammentazione di un satellite grande come Mimas (raggio 195 Km) penetrato al di sotto del limite di Roche e frantumato dall'azione mareale. Questa seconda ipotesi sembra la più probabile in quanto la massa totale degli anelli è prossima a quella di Mimas. Ad ulteriore conferma di questa ipotesi, si ha il fatto che gli anelli appaiono, in termini geologici, relativamente giovani; probabilmente si sono formati non più di 100 milioni di anni fa.