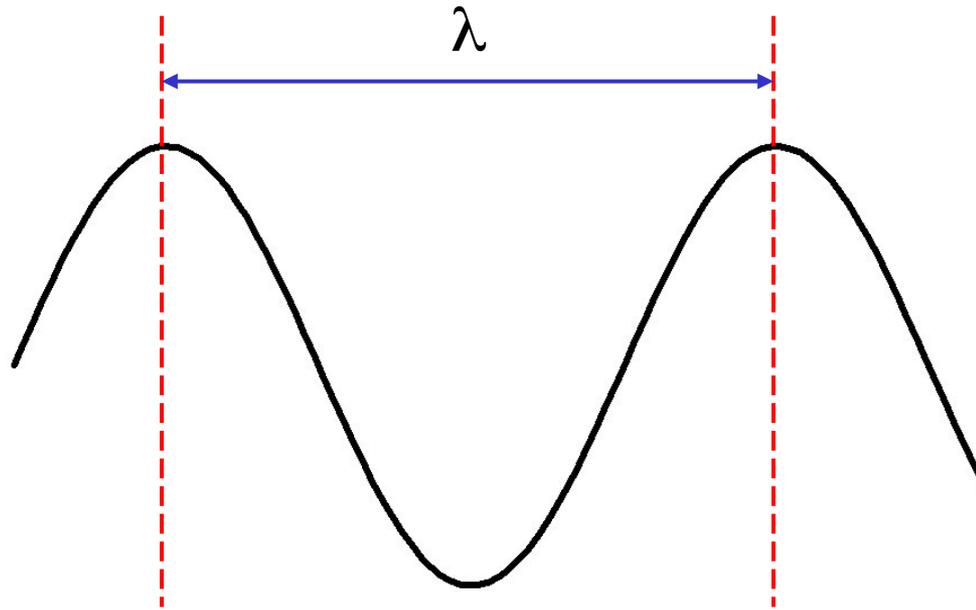




# Lezione 1

## La radiazione di corpo nero

# L'onda elettromagnetica

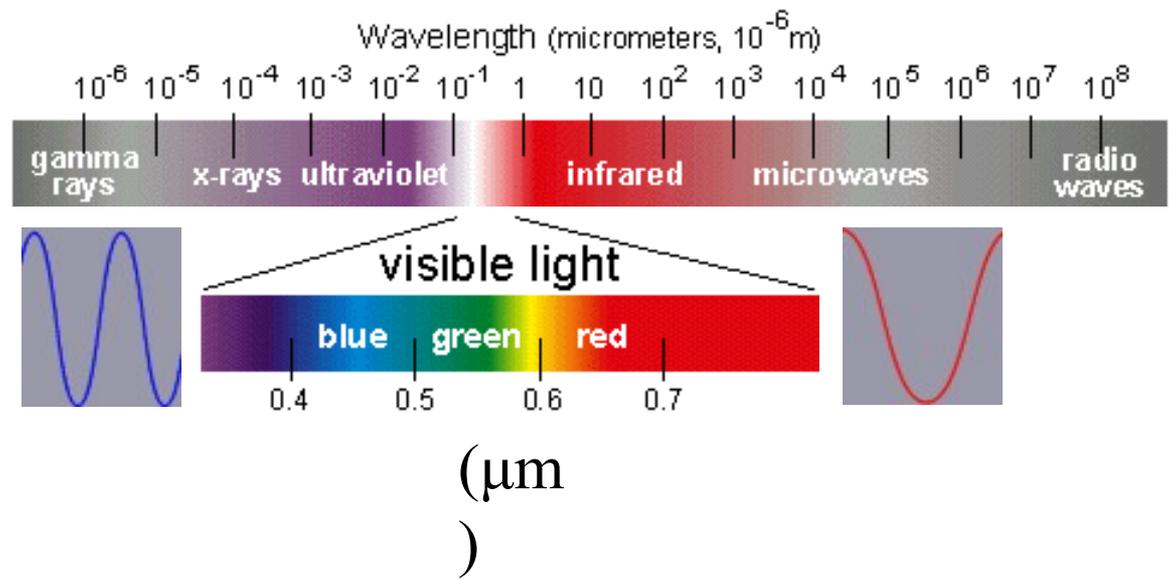
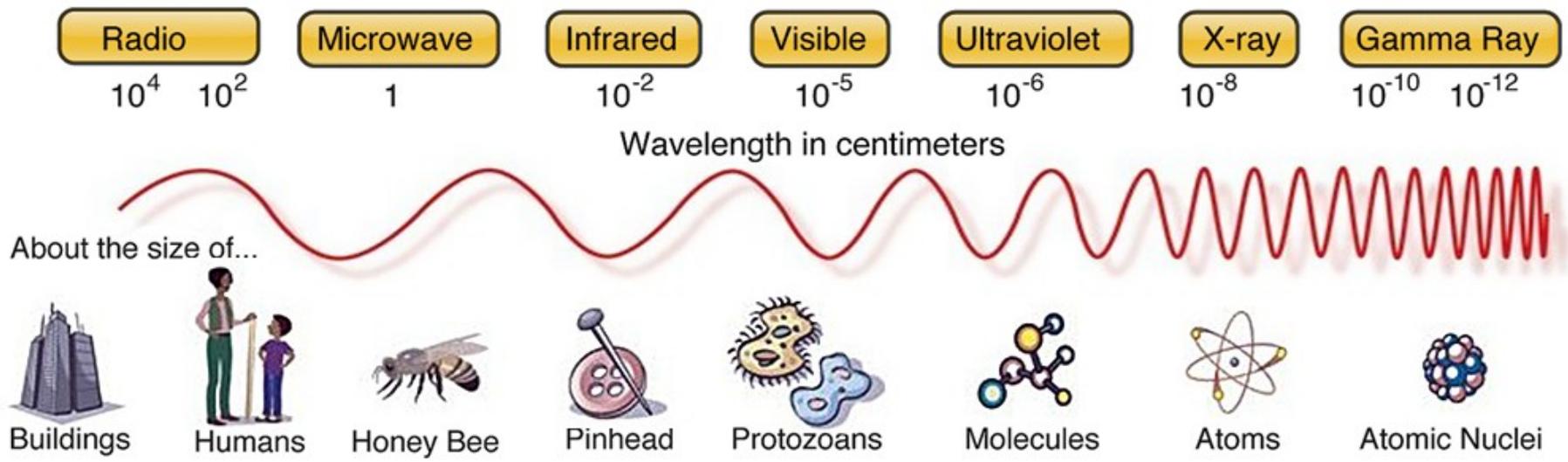


$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$\lambda$  = lunghezza d'onda

$\nu$  = frequenza

$c$  = velocità della luce = 300000 km/s



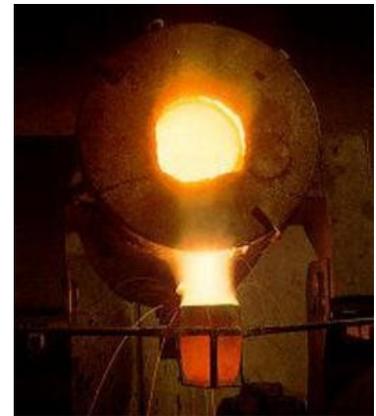
# Il corpo nero

Esperienza:

un corpo solido freddo non produce alcuna emissione, ma al crescere della temperatura comincia a diventare **luminoso** e a cambiare **colore**

Esempio:

un metallo che diventa incandescente cambia il suo colore e diventa prima rosso, poi arancione, e infine di un giallo-bianco abbagliante



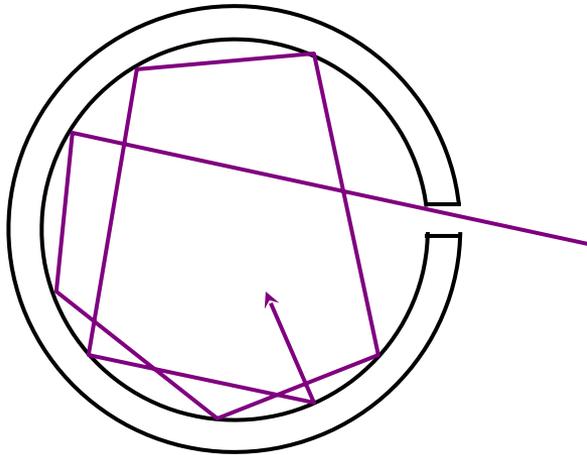
Un **corpo nero** è un oggetto **teorico** che assorbe il 100% della radiazione che incide su di esso. Perciò non riflette alcuna radiazione e appare perfettamente nero.

Un corpo nero ad una temperatura superiore allo zero assoluto **emette** radiazione.

L' **energia emessa** è totalmente **isotropa** e dipende solo dalla **temperatura** del corpo e non dalla sua forma o dal materiale di cui è costituito.

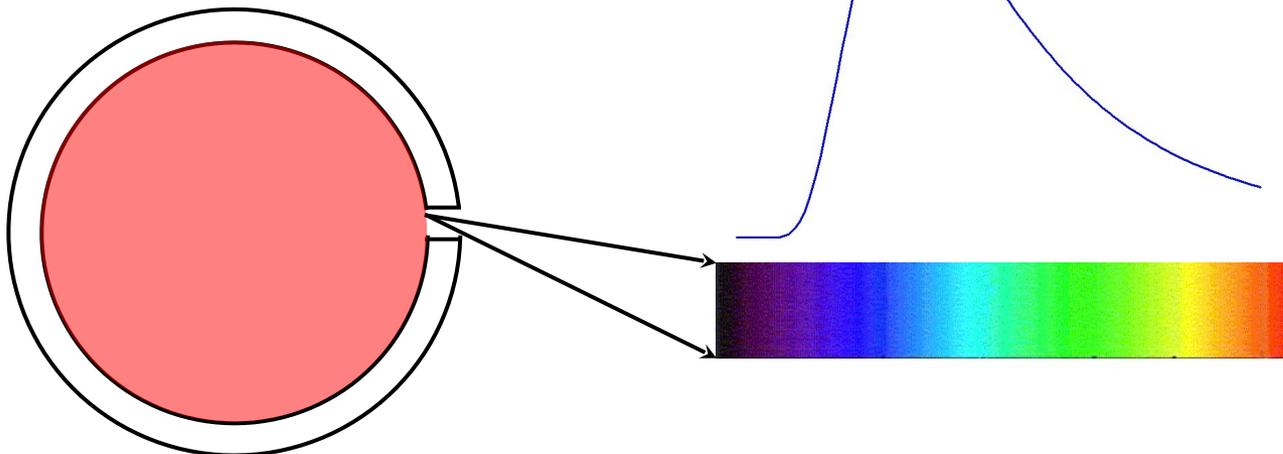
L'energia emessa da un corpo nero ad una certa temperatura  $T$  viene chiamata :

**radiazione di corpo nero**



Esempio di corpo nero emittente:  
una cavità le cui pareti interne  
sono rivestite di grafite,  
materiale che assorbe il 97%  
della radiazione incidente.

La radiazione entra da un piccolo  
foro e viene assorbita dalle pareti  
della cavità che si riscaldano ed  
emettono radiazione.



# Funzione di Planck

Lo spettro emesso da un corpo nero a temperatura  $T$  è riprodotto dalla **funzione di Planck**.

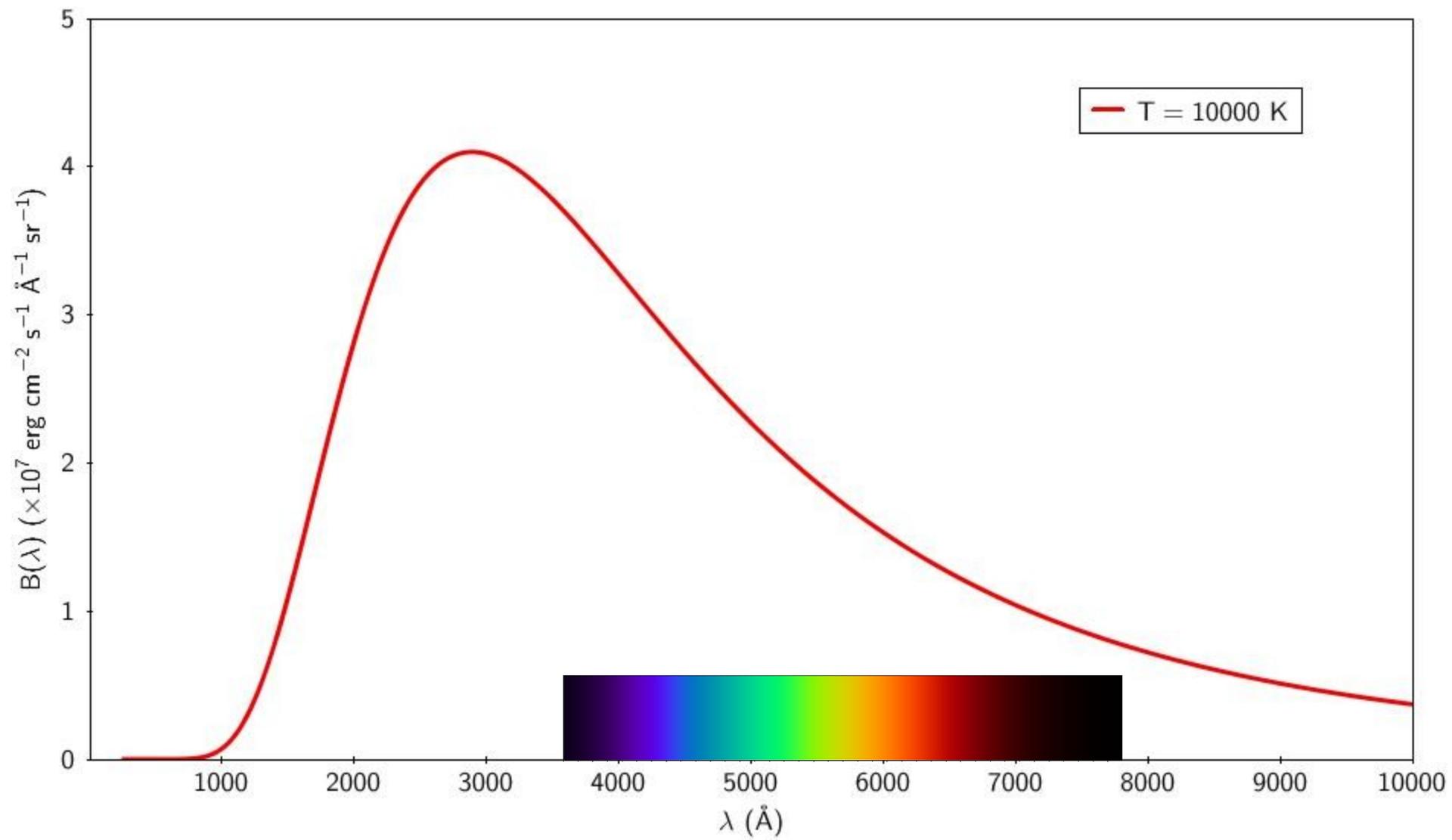
$$B(\lambda) = \frac{1.193 \times 10^{27}}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{1.439 \times 10^8}{\lambda T}} - 1} \quad \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

$$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$$

$$1 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} = 10^3 \text{ W m}^{-2}$$

$$\lambda \text{ in \AA}$$

$$T \text{ in K}$$

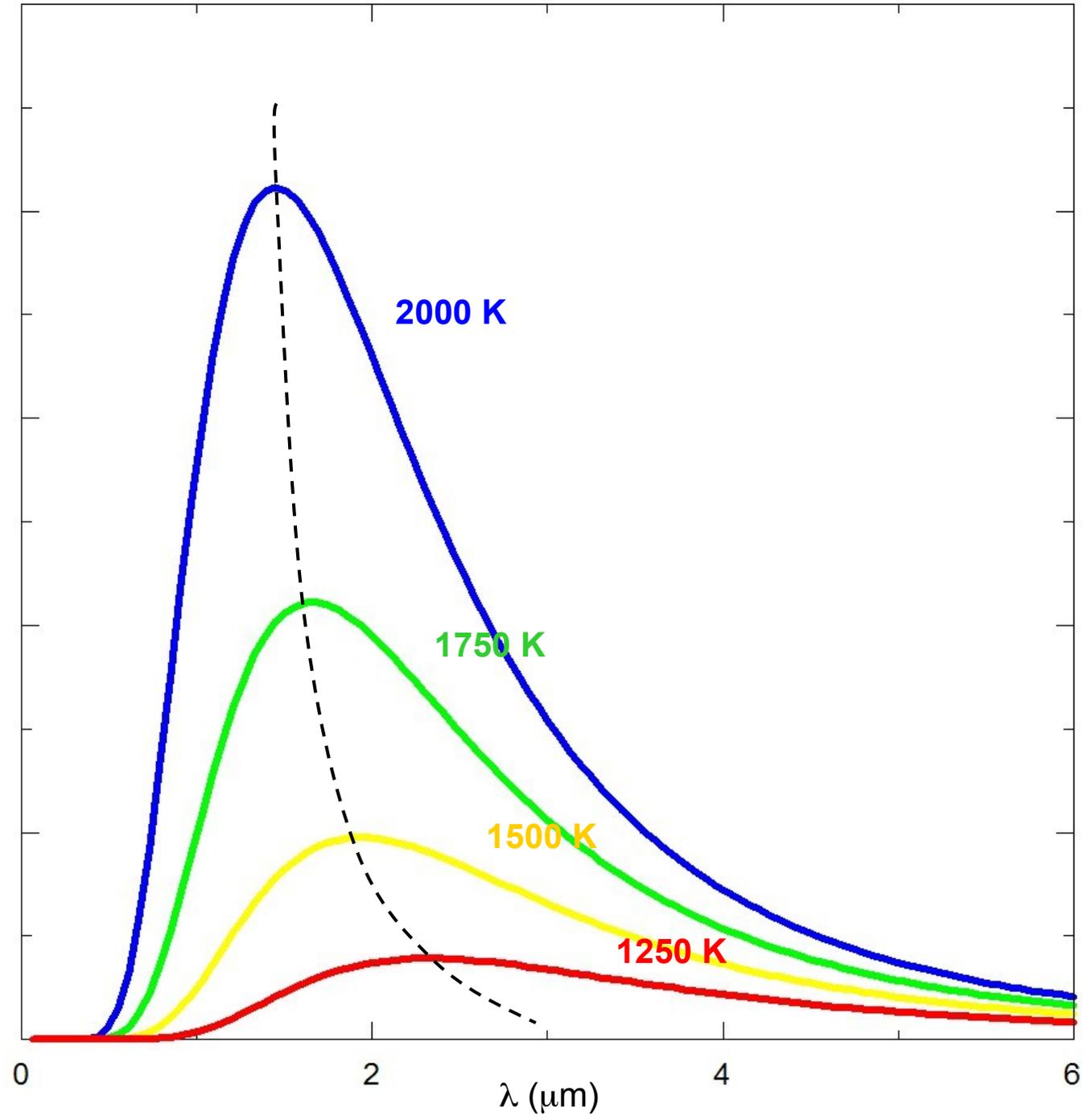


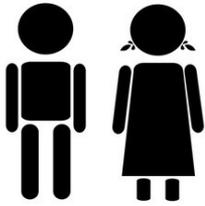
# Legge di Wien

Lo spettro di emissione del corpo nero mostra un **massimo di energia** ad una certa lunghezza d'onda ( $\lambda_{\max}$ ).

All'**umentare** della temperatura T del corpo, la lunghezza d'onda del massimo di emissione **decrece**.

$$\lambda_{\max} = \frac{2.898 \times 10^7}{T} \quad (\text{\AA})$$

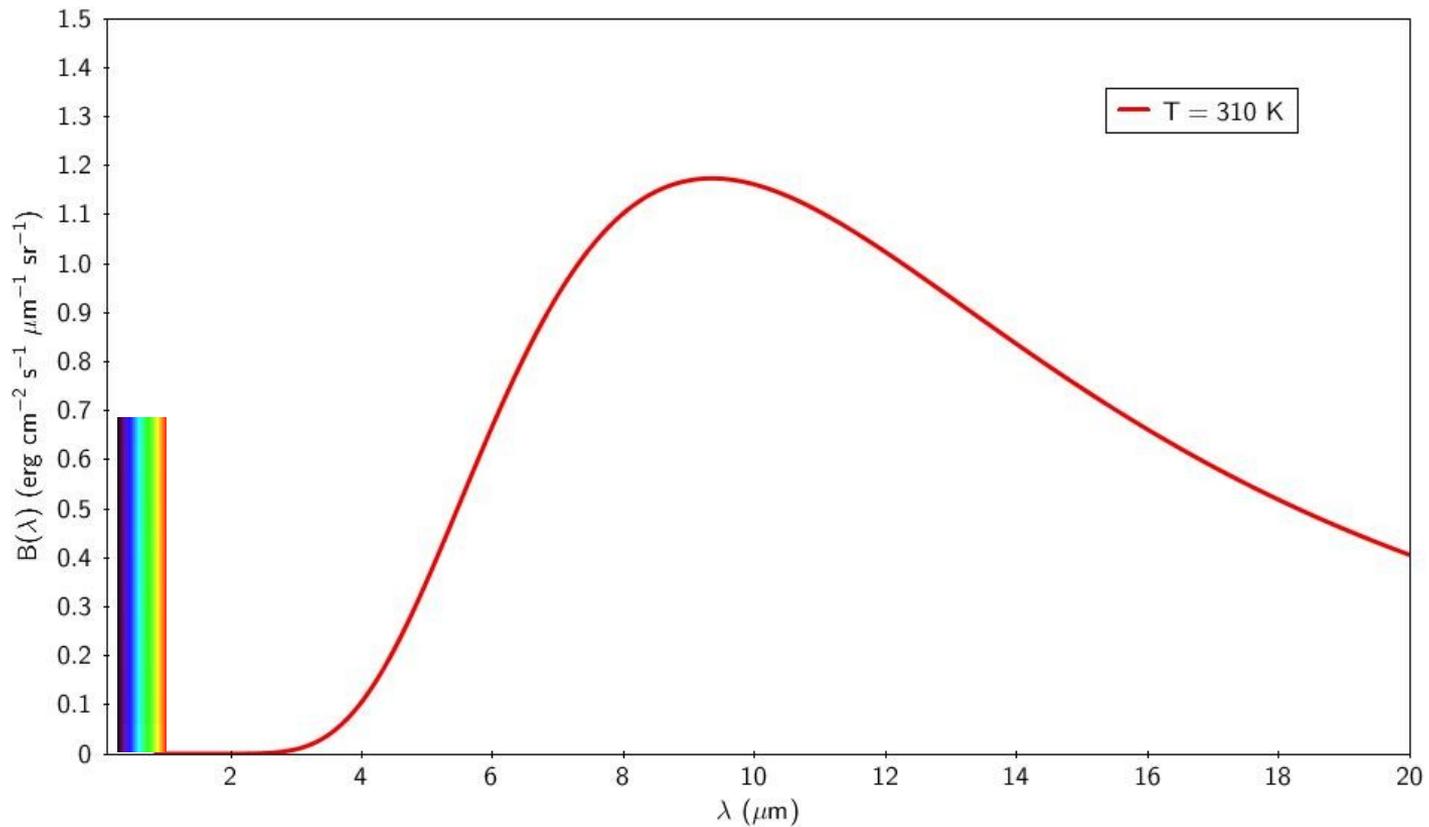




corpo umano

$$T = 37^{\circ}\text{C} = 310 \text{ K}$$

$$\lambda_{\text{max}} \sim 9 \mu\text{m}$$

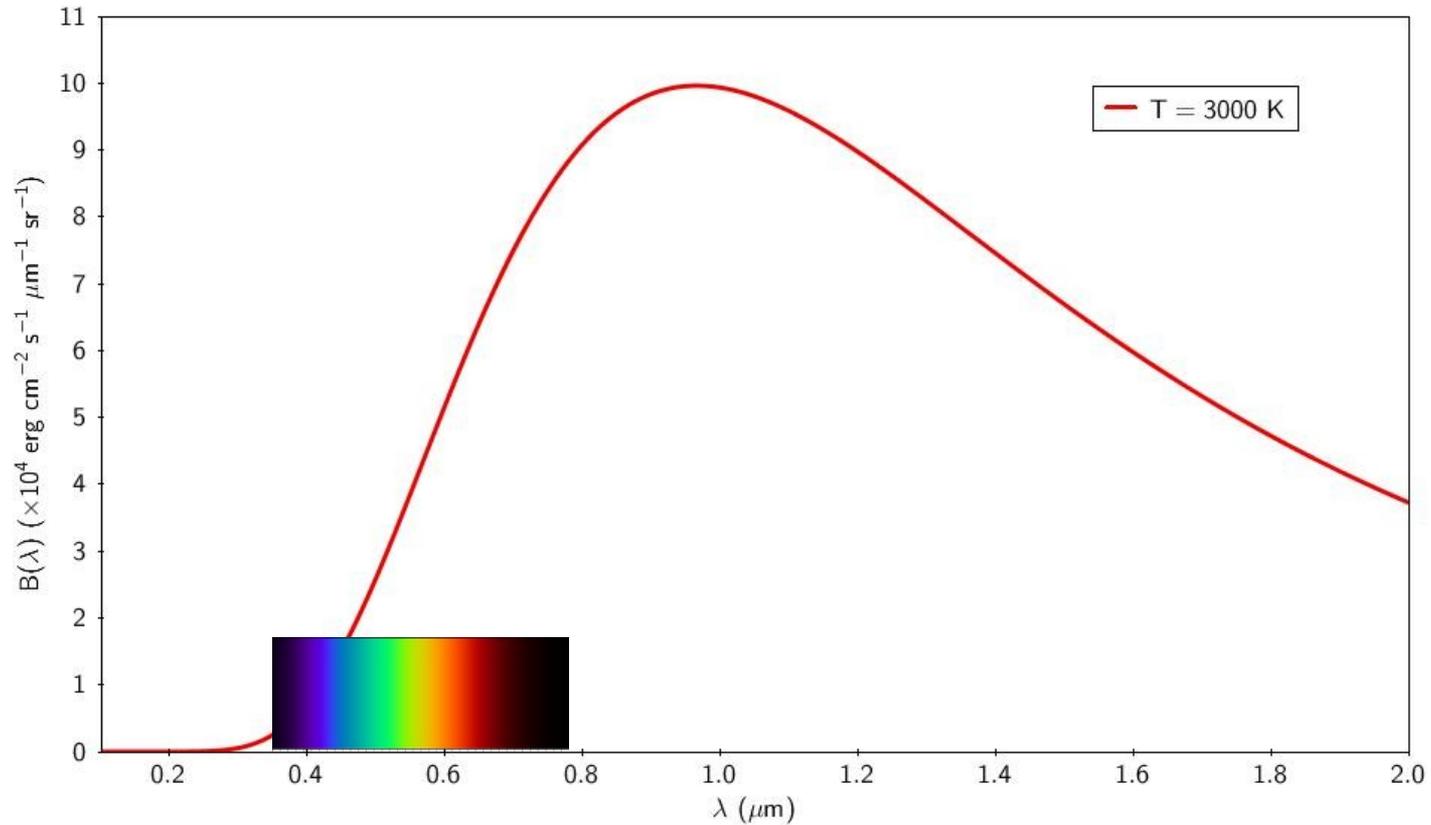




lampada a incandescenza

$T \sim 3000 \text{ K}$

$\lambda_{\text{max}} \sim 1 \mu\text{m}$

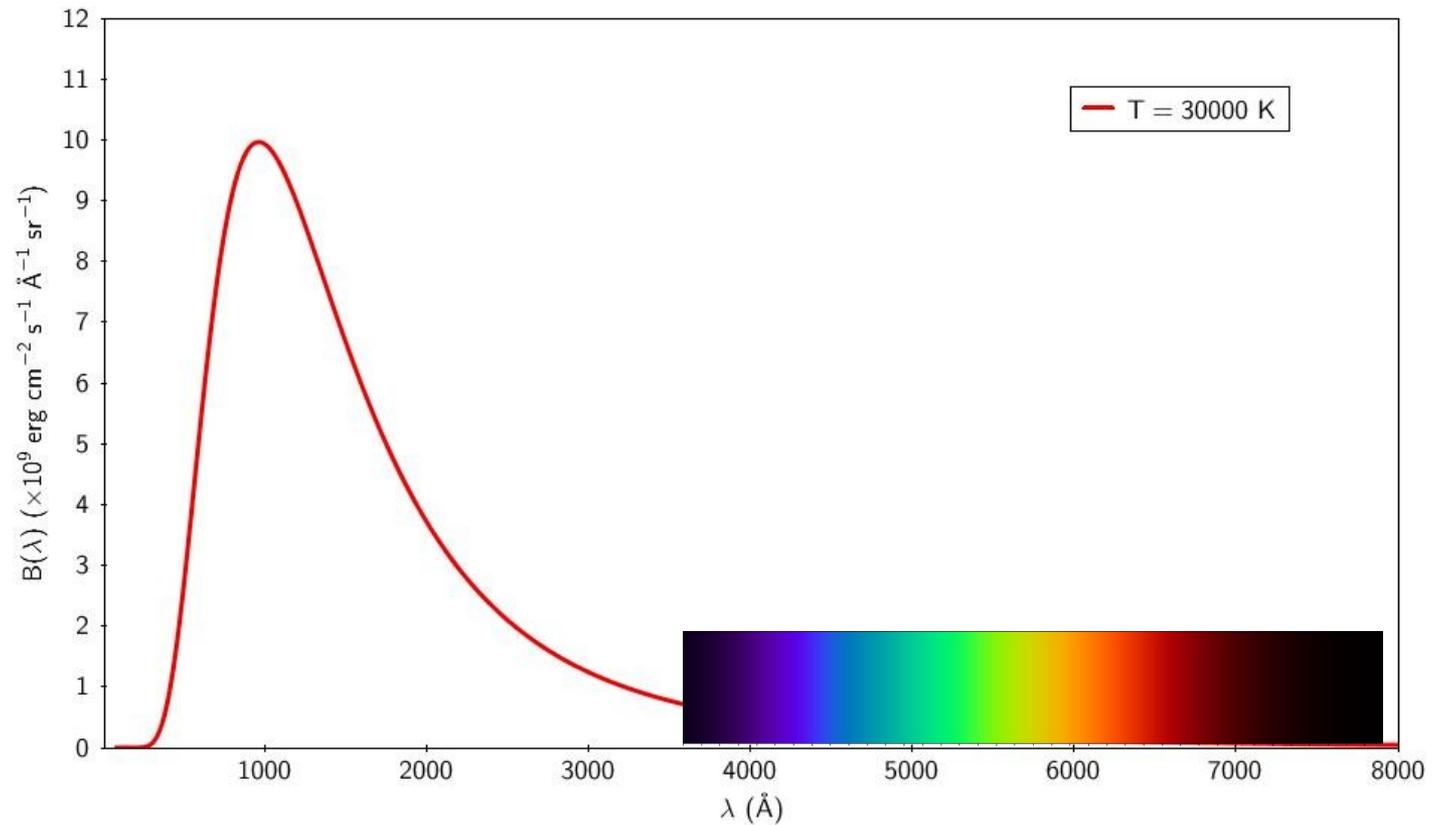




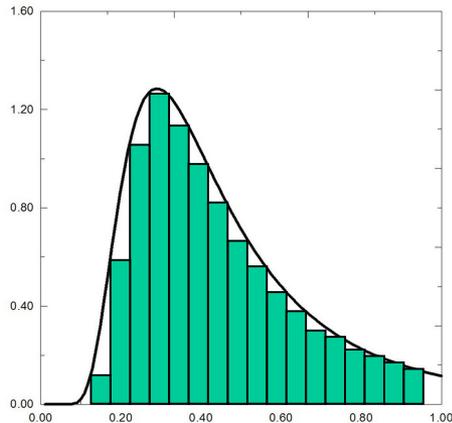
stella blu

$T \sim 30000 \text{ K}$

$\lambda_{\text{max}} \sim 1000 \text{ \AA}$



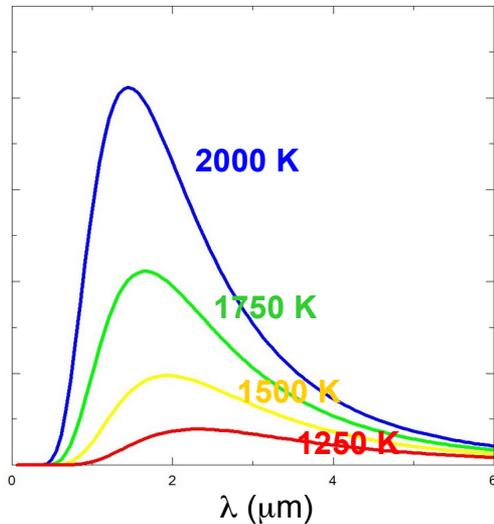
# Legge di Stefan-Boltzmann



$$F_{\text{bol}} = 4\pi \int_0^{\infty} B(\lambda) d\lambda = \sigma T^4 \quad \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

costante di Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{K}^{-4}$$



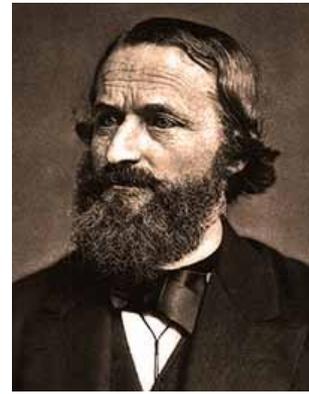
All' **aumentare** della temperatura, l'energia totale emessa **cresce**, perché aumenta l'area totale sotto la curva.

# Note storiche

Già nel XIX secolo i fisici tentavano di ricavare una teoria che fosse in grado di predire lo spettro della radiazione emessa da un corpo nero.

Gustav Robert <b>Kirchoff</b> (tedesco)	1824-1887
James Clerk <b>Maxwell</b> (scozzese)	1831-1879
Josef <b>Stefan</b> (sloveno)	1835-1893
John William Strutt <b>Rayleigh</b> (inglese)	1842-1919
Ludwig <b>Boltzmann</b> (austriaco)	1844-1906
Max <b>Planck</b> (tedesco)	1858-1947
Wilhelm <b>Wien</b> (tedesco)	1864-1928
James <b>Jeans</b> (inglese)	1877-1946

Nel 1860 **Kirchoff** dimostra che ad una determinata temperatura e per una determinata lunghezza d'onda, il rapporto tra il potere **emissivo** e quello d'**assorbimento** è una funzione universale indipendente dalla natura dei corpi.



$$\frac{e(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = f(\lambda, T)$$

Non conosce l'espressione  
di questa funzione

Successivamente definisce **corpo nero perfetto** quello che assorbe tutta la radiazione incidente, qualunque sia la sua lunghezza d'onda.

$$a(\lambda, T) = 1$$



Nel 1879 **Stefan** ricava un'espressione per la potenza emessa da un corpo nero di temperatura  $T$  e superficie  $A$  sulla base di dati sperimentali (poco precisi) ottenuti con un filo di platino incandescente.

$$P = \sigma A T^4$$

dove  $P$  è in unità di energia per secondo ( $\text{erg s}^{-1}$ ) e quindi corrisponde a  $F_{\text{bol}}$  calcolato prima moltiplicato per la superficie emittente (in  $\text{cm}^2$ ).

Nel 1884 **Boltzmann** dimostra teoricamente la relazione di Stefan che diventa **legge di Stefan-Boltzmann**.





Tra il 1893 e il 1896 **Wilhelm Wien** riesce a dimostrare che la densità di energia all'interno di una cavità isoterma (realizzata per la prima volta nel 1895) è data dalla seguente espressione:

$$u(\nu, T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

dove  $u(\nu, T)$  è energia per unità di superficie, di tempo, di frequenza e angolo solido ( $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ ).

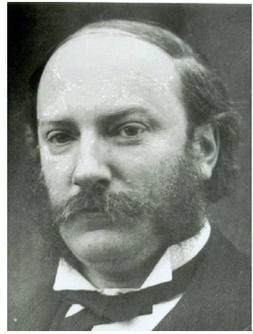
Wien unisce la termodinamica all'elettromagnetismo e tratta la radiazione all'interno di una cavità in modo analogo a un **gas di particelle**. In particolare, applicando la distribuzione di **Maxwell-Boltzmann** delle velocità:

$$f(\nu) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \nu^2 e^{-\frac{m\nu^2}{2kT}}$$

e ottiene la formula:  $u(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$

**costante di Boltzmann**  
 $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{erg K}^{-1}$

ma la sua teoria fallisce nel riprodurre i dati sperimentali alle grandi lunghezze d'onda...



Nel frattempo **Lord Rayleigh** e **James Jeans** ipotizzano che le pareti interne della cavità isoterma siano composte di particelle oscillanti per agitazione termica e che siano in grado di emettere onde elettromagnetiche a qualsiasi frequenza.

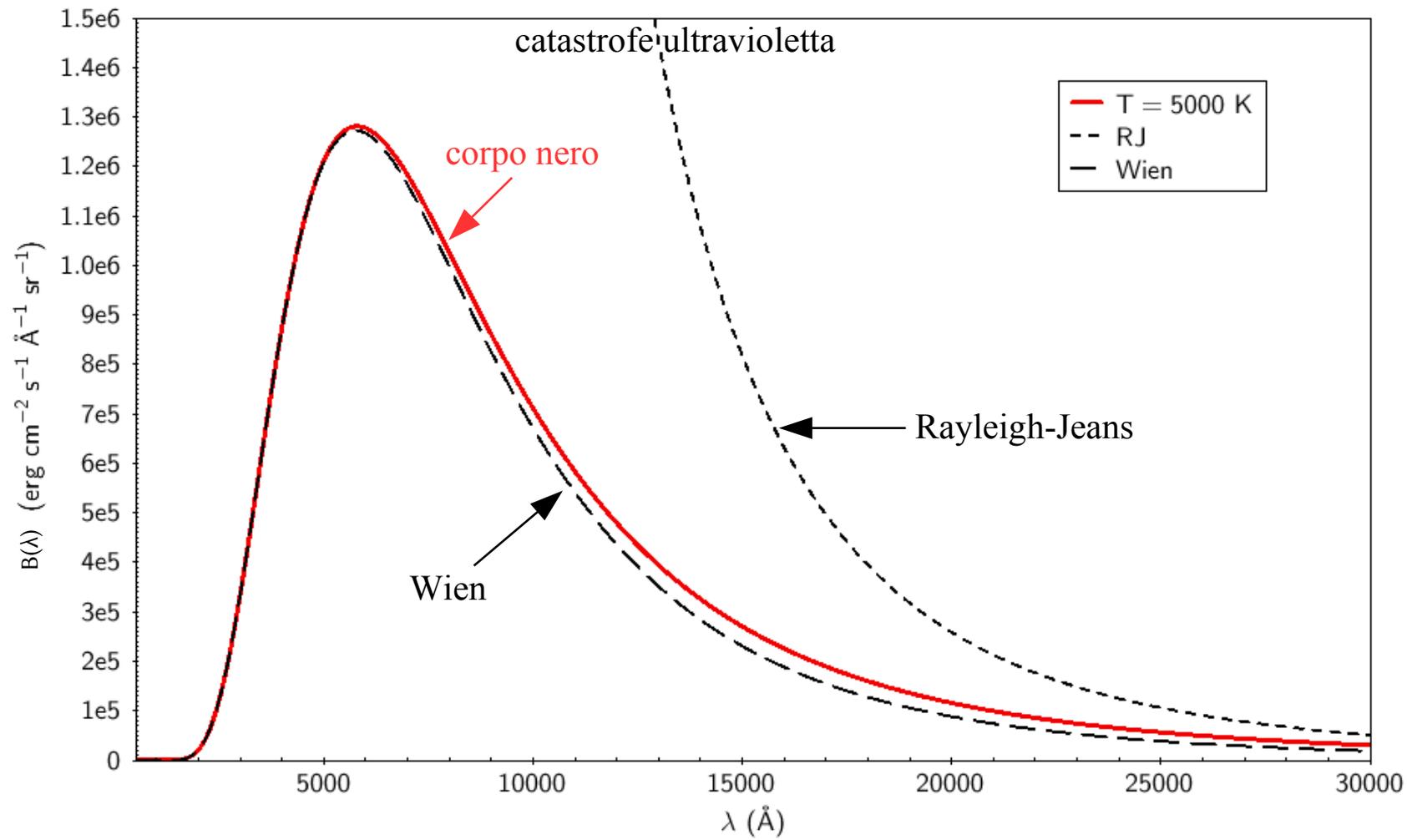


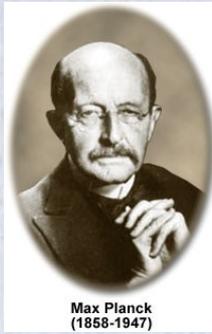
$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

dove  $\rho$  è energia per unità di volume e di frequenza e corrisponde a:

$$u(\nu, T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT \quad (\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1})$$

Il loro risultato riproduce bene la curva di corpo nero alle grandi lunghezze d'onda, ma fallisce alle lunghezze d'onda corte e non mostra nessun massimo di emissione...





Max Planck  
(1858-1947)

Nel 1900, Max Planck riesce a ricavare una formula che riproduce i valori osservati nello spettro del corpo nero.

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

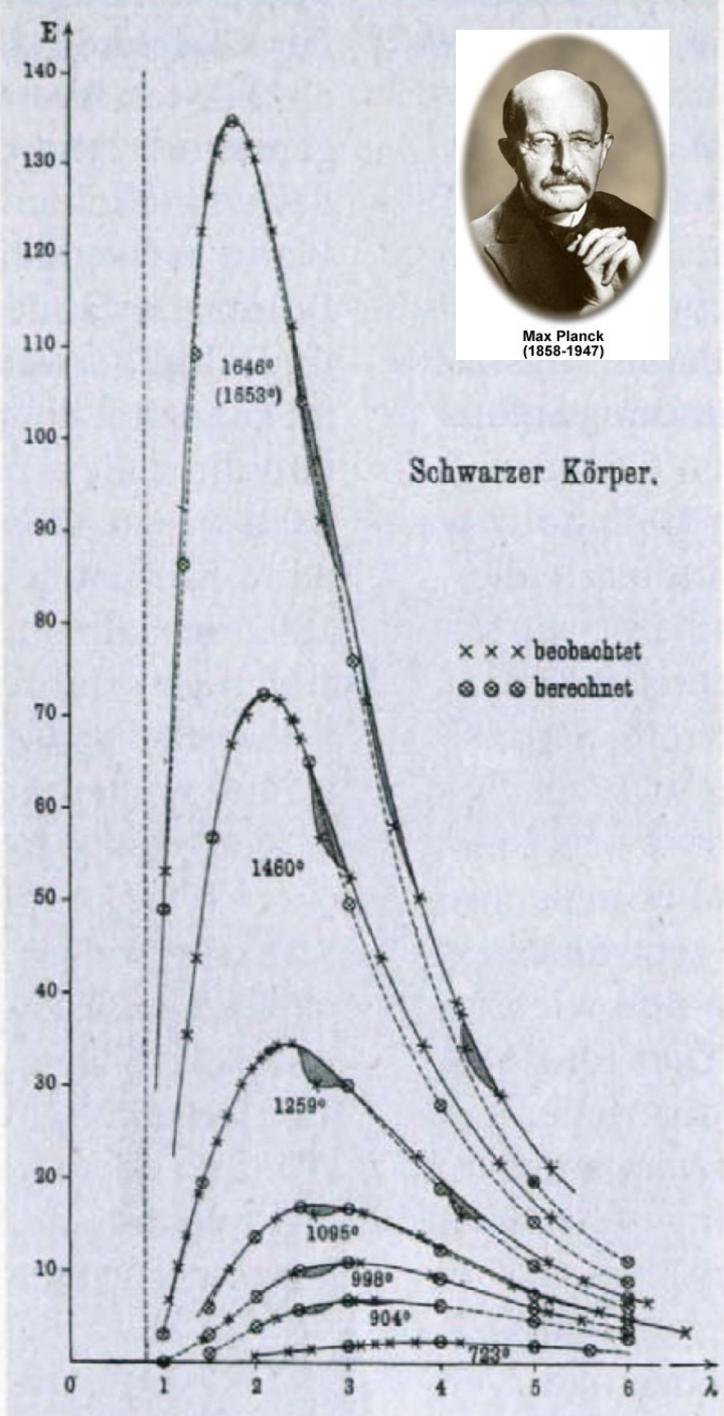
$$B(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

costante di Planck

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s} = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg s}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} B(\lambda) = \frac{2ckT}{\lambda^4} \quad \text{Rayleigh-Jeans}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} B(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} \quad \text{Wien}$$



# Spiegazione di Planck

Le pareti della cavità emittente sono fatte di particelle (**risonatori**), che **assorbendo** energia dall'esterno aumentano la loro **temperatura** e quindi la loro **energia cinetica**, iniziano ad oscillare ed emettono radiazione elettromagnetica alla frequenza della loro oscillazione.

I risonatori sono suddivisi in gruppi. Ogni gruppo emette energia totale  $E$  ed è composto da  $N$  risonatori a frequenza  $\nu$ .

All'interno di ogni gruppo  $E$  è suddivisa in elementi **discreti**  $\varepsilon$ , chiamati **elementi di energia**, i quali devono essere proporzionali alla frequenza  $\nu$  perché bisogna tenere conto della legge dello spostamento (Wien):

$$\lambda_{\max} \propto \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad \nu_{\max} \propto T$$

Quindi:

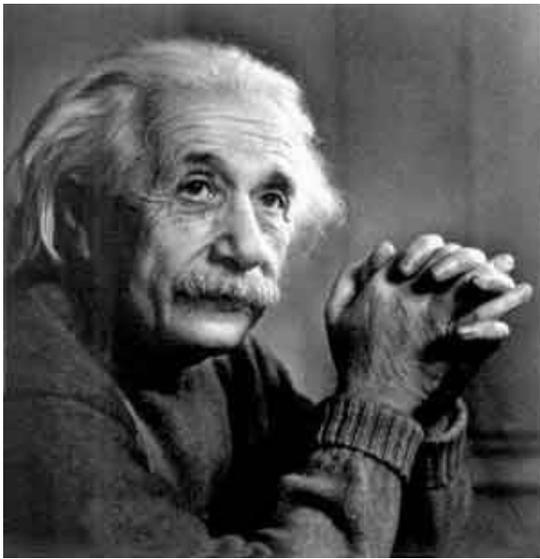
$$\varepsilon = h \nu$$

Planck mette insieme:

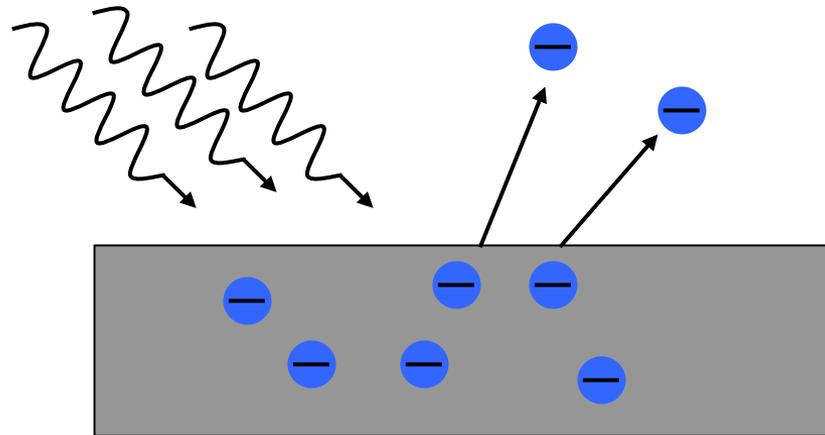
- $\varepsilon = h\nu$ , che fu in seguito chiamata **ipotesi quantistica**
- il secondo principio della termodinamica, che mette in relazione energia e temperatura attraverso l'entropia
- l'approccio probabilistico di Boltzmann alla termodinamica, all'epoca considerato un metodo nuovo e ancora in discussione

e ricava così la formula:

$$B(\nu) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

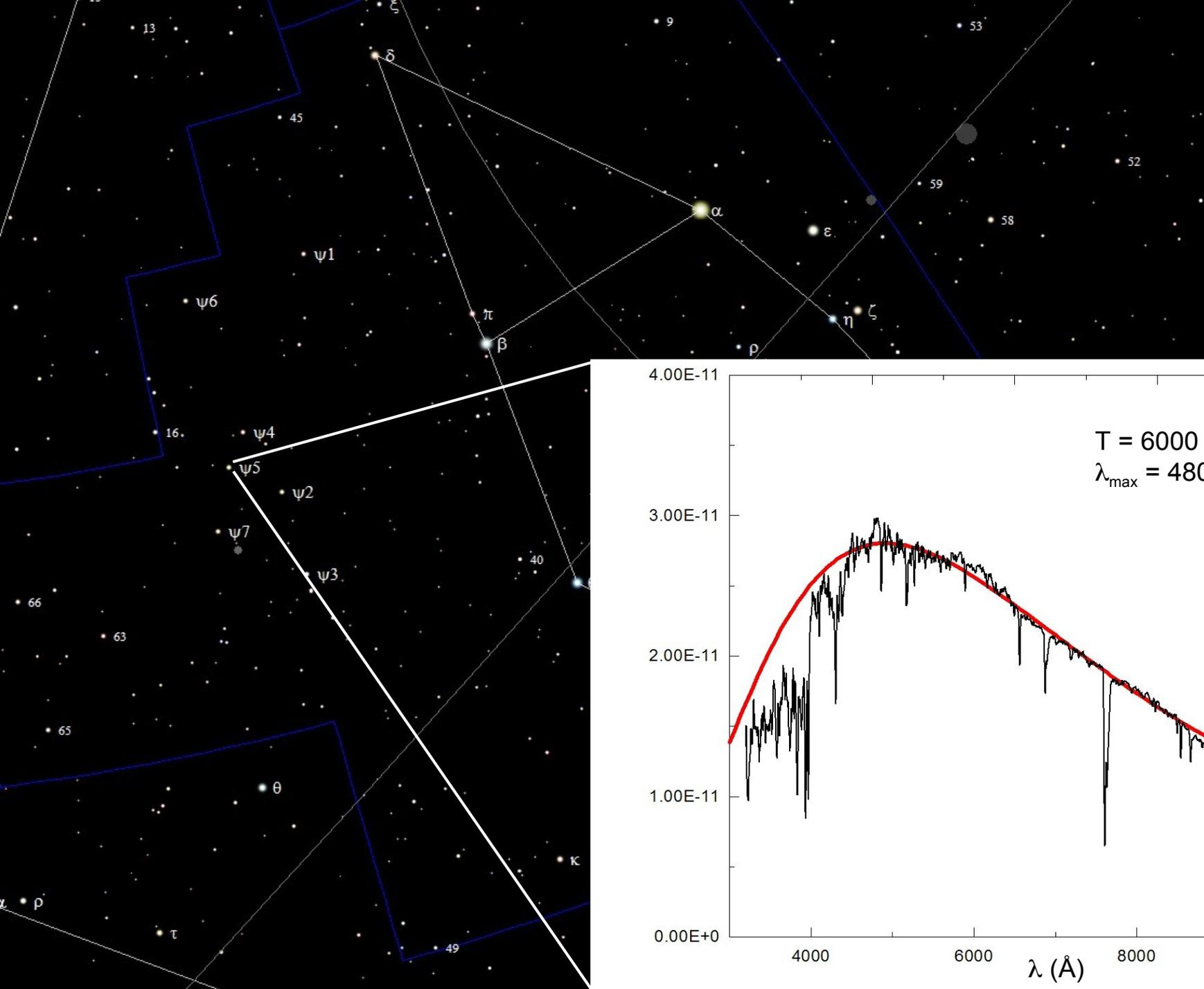


Nel 1905 Einstein conferma l'idea di Planck spiegando l'effetto fotoelettrico e mostrando che la radiazione non è solo emessa, ma anche assorbita sotto forma di pacchetti o **fotoni**, aventi ciascuno energia  $E = h\nu$ .



# Applicazioni astronomiche

<b>Sorgente</b>	<b>Temperatura</b>	<b><math>\lambda_{\max}</math></b>	<b>Regione spettrale</b>
Fondo cosmico	3 K	1 mm	Infrarosso-radio
Nube molecolare	10 K	300 $\mu\text{m}$	Infrarosso
Sole	6000 K	4800 $\text{\AA}$	Visibile
Stella calda	30 000 K	1000 $\text{\AA}$	Ultravioletto
Gas intra-cluster	$10^8$ K	0.3 $\text{\AA}$	Raggi X



4.00E-11

3.00E-11

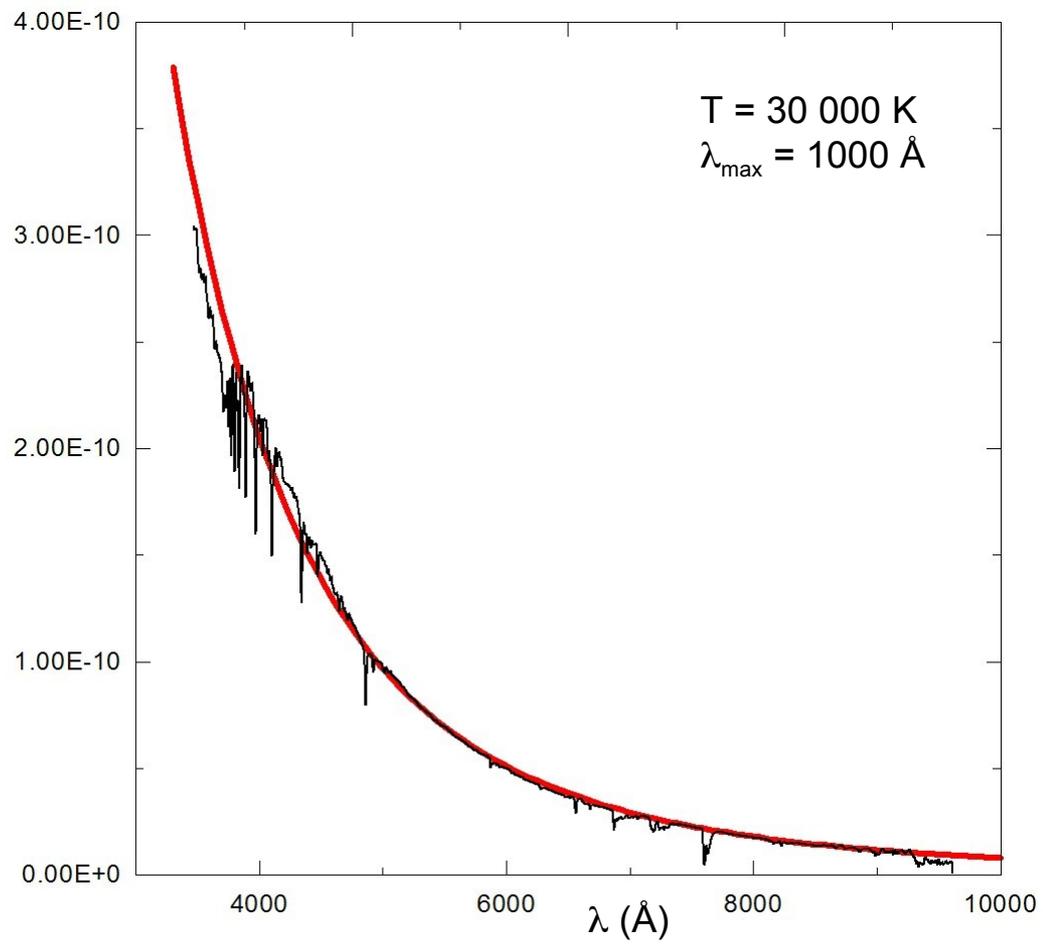
2.00E-11

1.00E-11

0.00E+0

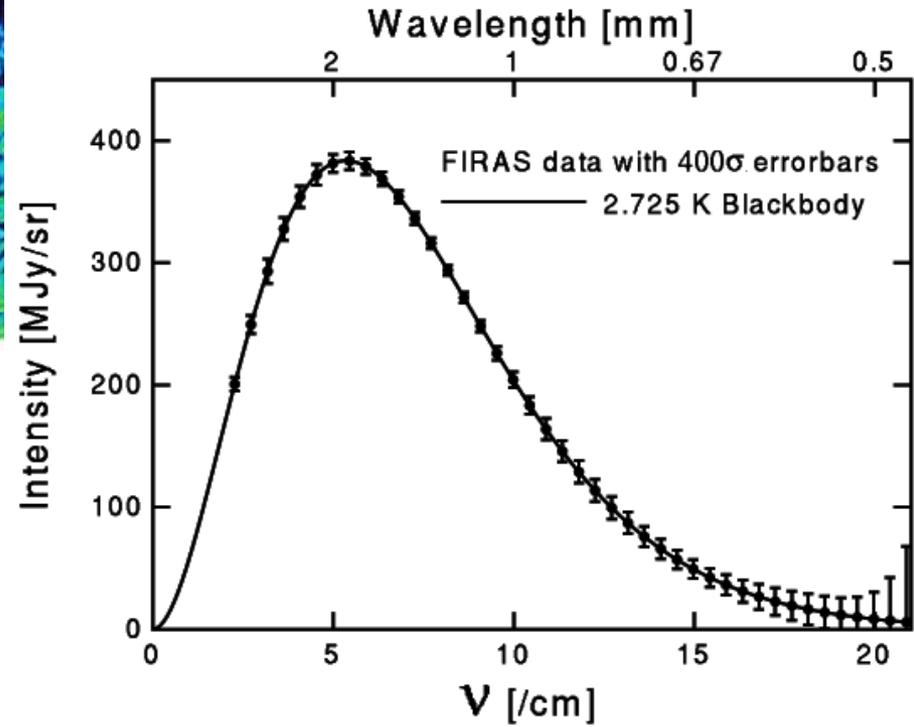
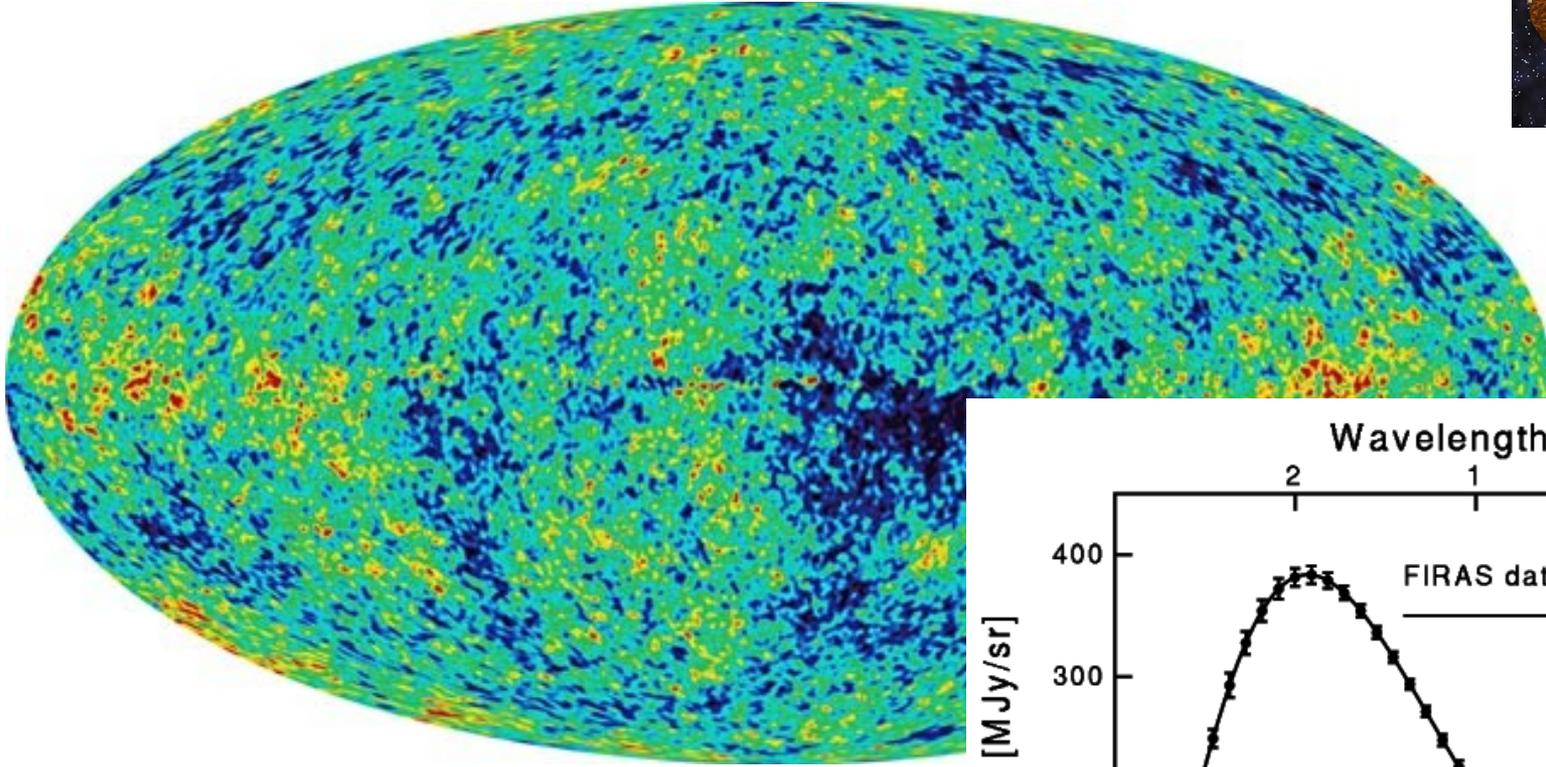
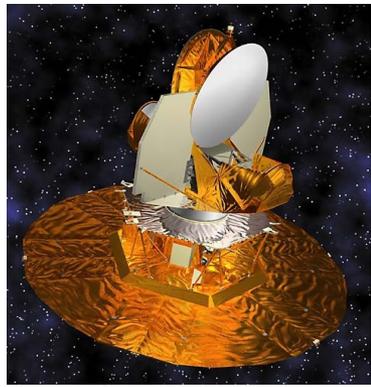
$T = 6000 \text{ K}$   
 $\lambda_{\text{max}} = 4800 \text{ \AA}$

$\lambda (\text{\AA})$



# WMAP

## La radiazione di fondo cosmico



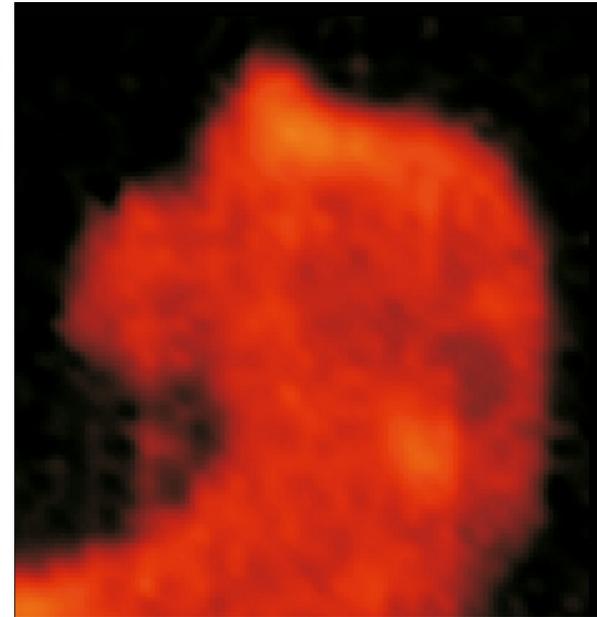
# La nebulosa Testa di Cavallo



visibile



vicino infrarosso



radio

# La galassia Vortice (M51)

